

# ЕГЭ 2021 по математике

# ЕГЭ 2021

Одно из самых значимых изменений этого года - отмена базового ЕГЭ по математике. Вот официальная информация с сайта Министерства просвещения РФ:

"Для получения аттестата о среднем общем образовании выпускникам, которые не планируют поступать в вузы, вместо ЕГЭ нужно будет сдать государственный выпускной экзамен (ГВЭ) по двум предметам – русскому языку и математике.

Выпускникам, которые собираются поступать в вузы и будут сдавать для этого ЕГЭ, чтобы получить аттестат, достаточно сдать на удовлетворительный результат ЕГЭ по русскому языку. ЕГЭ по математике базового уровня в 2021 году проводиться не будет".

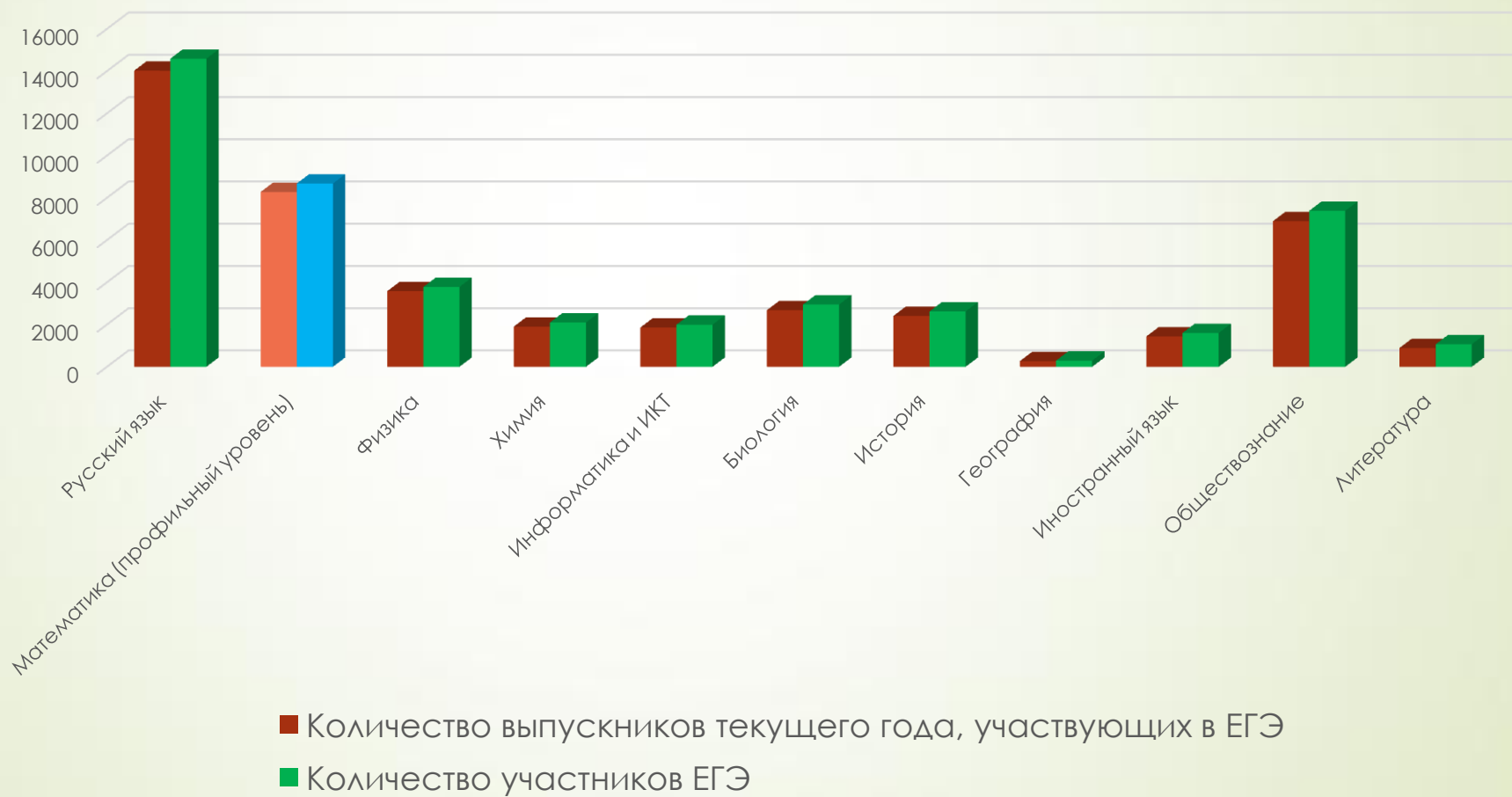
Итак, все, кто собирается поступать в вузы, будут сдавать ЕГЭ по уже знакомым алгоритмам. Тут изменений минимум. Обязательный экзамен у них один - ЕГЭ по русскому языку. Базовую математику никто в этом году не сдаёт.

# ЕГЭ 2021

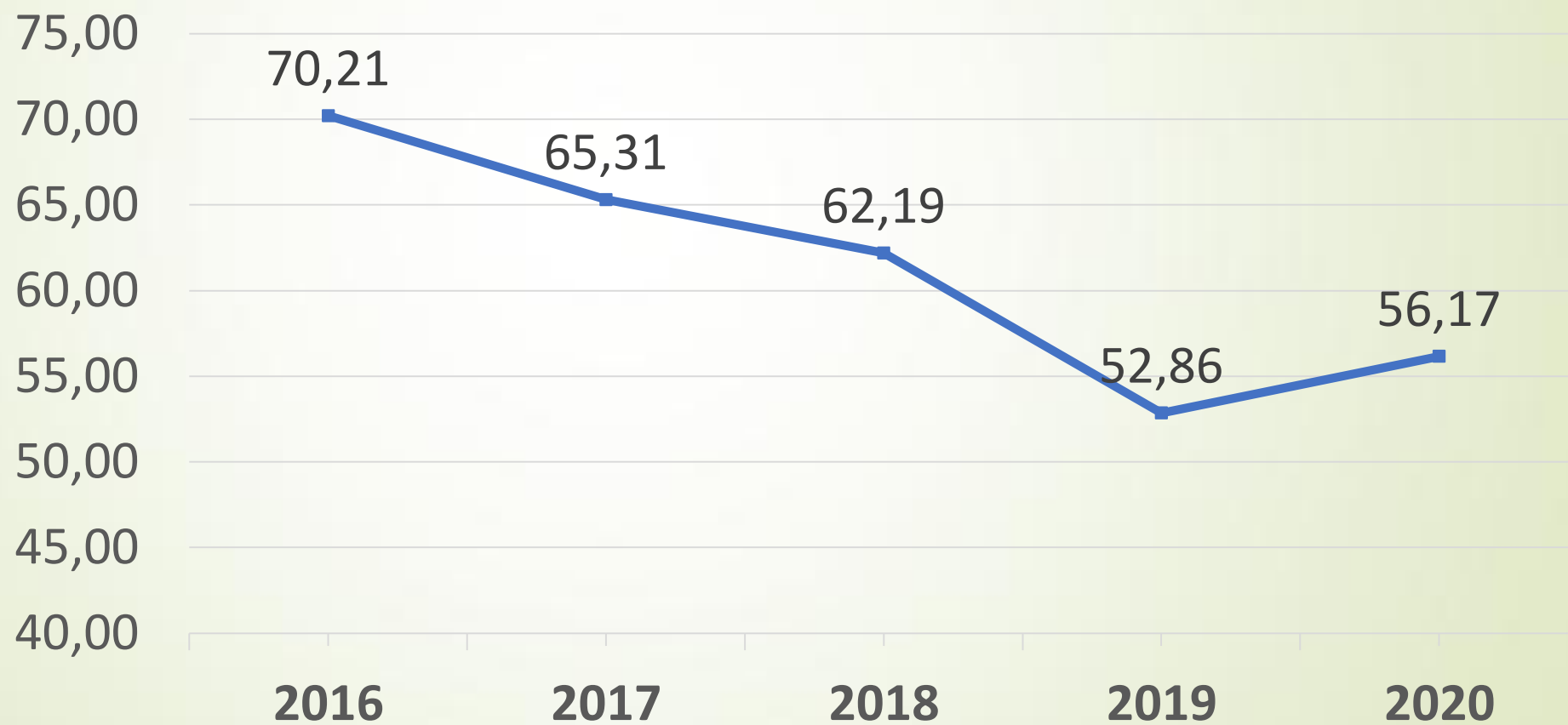
3

Модель ГВЭ-аттестат по математике предназначена для государственной итоговой аттестации выпускников, не планирующих продолжения специальные требования к уровню математической подготовки. Так как в настоящее время существенно возрастает роль общематематической подготовки в повседневной жизни, в массовых профессиях, в модели ГВЭ-аттестат по математике усилены акценты на контроль способностей применять полученные знания на практике, развивать логическое мышление, работать с информацией. Выполнение заданий экзаменационной работы свидетельствует о наличии у участника экзамена общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умения анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В работу включены задания базового уровня по всем основным предметным разделам: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика. Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включённых в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых Минпросвещения России к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования.

# Количество участников экзаменационной кампании ЕГЭ в 2020 году



# Доля участников по профильной математике



# Количество участников ЕГЭ в регионе по категориям

<b>Всего участников ЕГЭ по предмету</b>	<b>8678</b>
выпускников текущего года, обучающихся по программам СОО	8277
выпускников текущего года, обучающихся по программам СПО	90
выпускников прошлых лет	300
участников с ограниченными возможностями здоровья	51

# Количество участников ЕГЭ по предмету по АТЕ региона

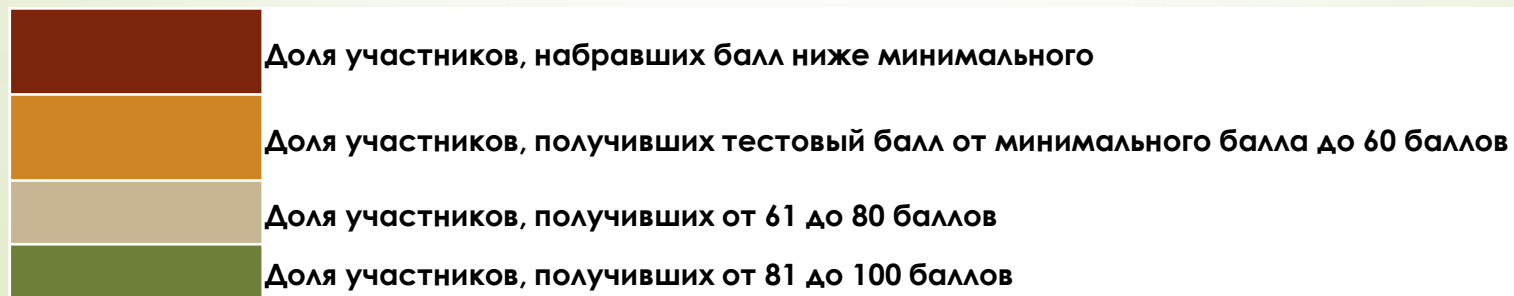
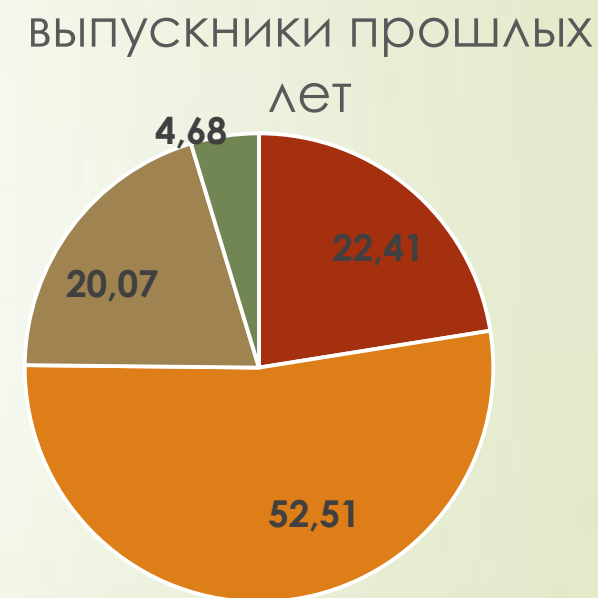
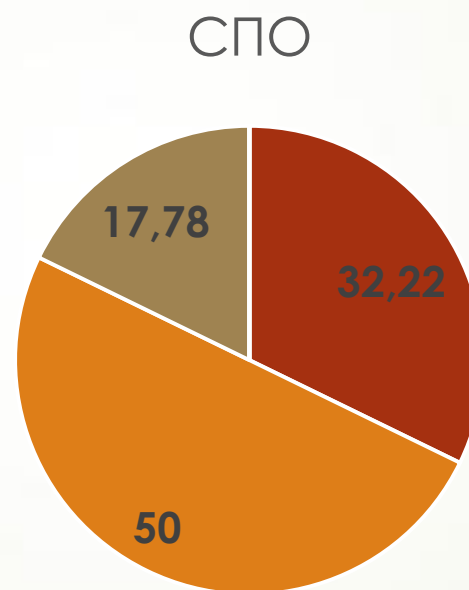
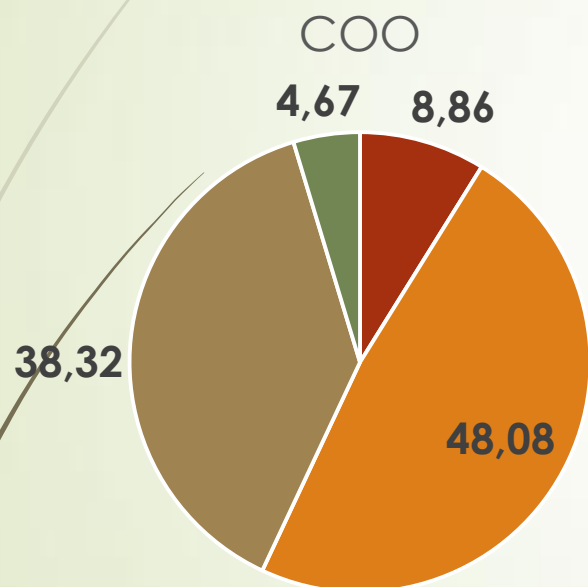


## Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года

	Ростовская область		
	2018 г.	2019 г.	2020 г.
Не преодолели минимального балла, %	12,1	2,4	9,6
Средний тестовый балл	45,29	55,34	52,65
Получили от 81 до 99 баллов, %	0,7	4,9	4,6
Получили 100 баллов, чел.	0	8	7



# Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки в разрезе категорий участников ЕГЭ



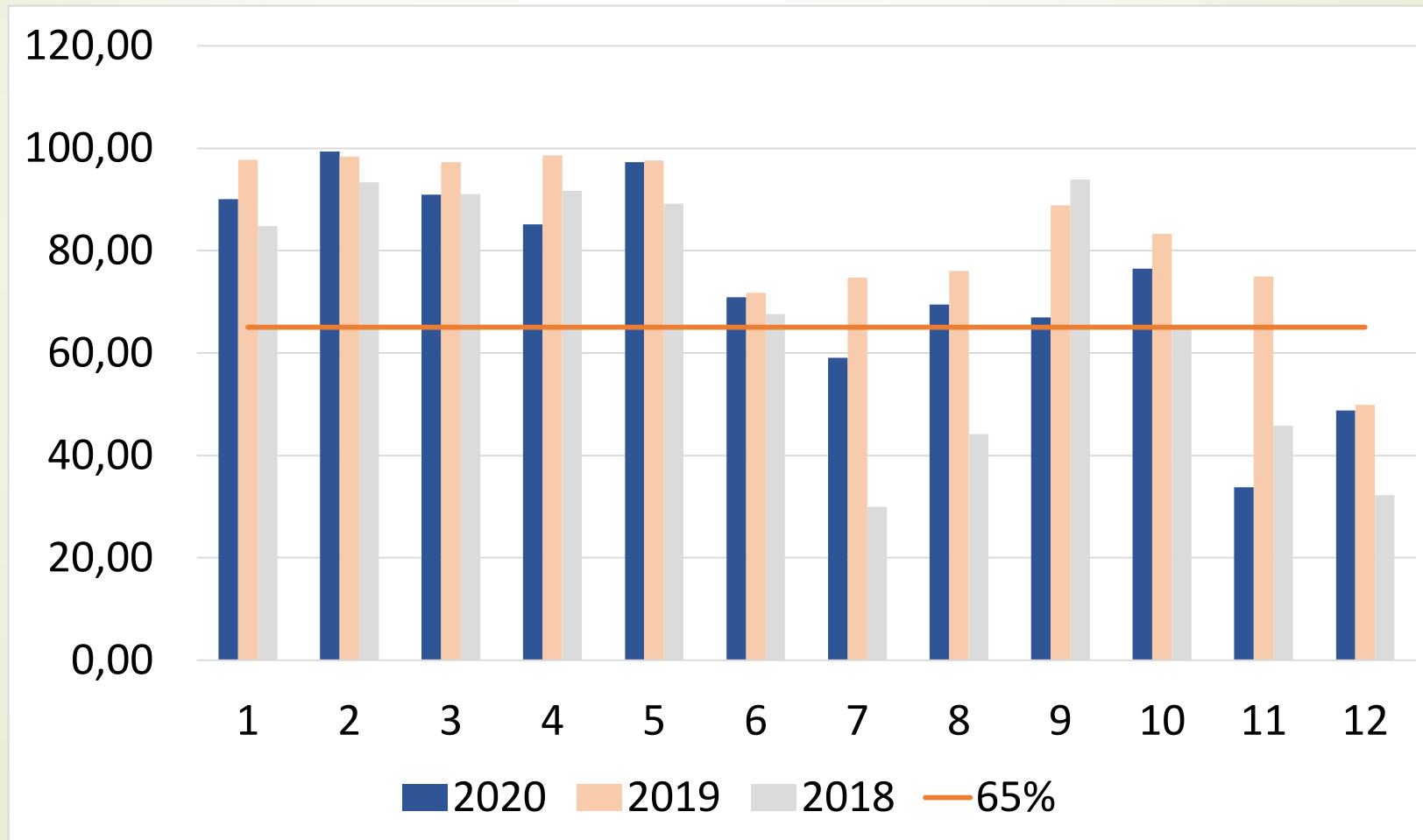
# Доля участников, получивших тестовый балл ниже минимального



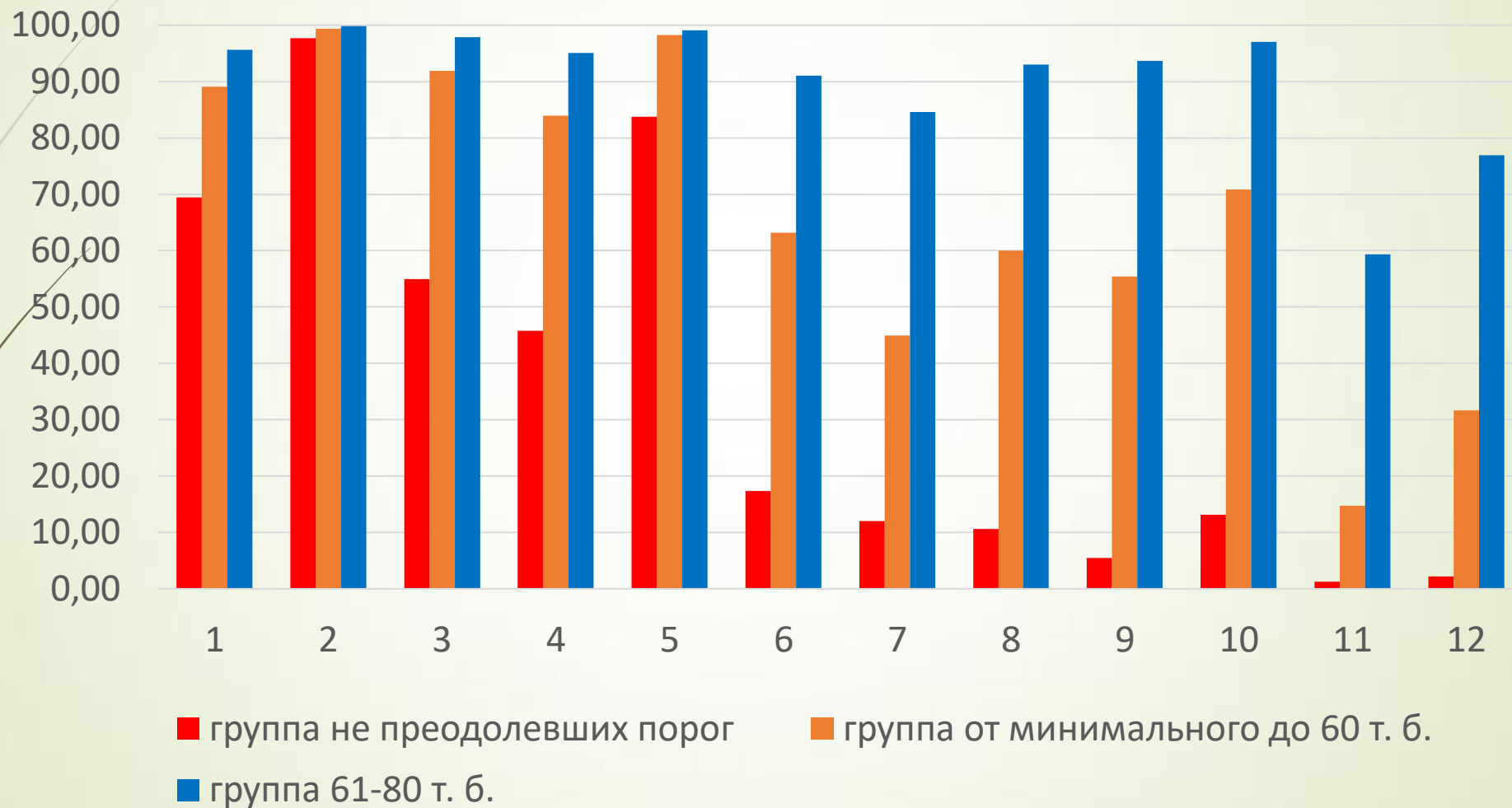




# Динамика результатов выполнения заданий с кратким ответом, 2018-2020 ГОДЫ, %



# Результаты выполнения заданий с кратким ответом для каждой из групп в 2020 году



1

В доме, в котором живёт Таня, 9 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже в каждом подъезде находится по 8 квартир. Таня живёт в квартире 252. В каком подъезде живёт Таня?

Ответ: \_\_\_\_\_.

Средний процент выполнения – 90,0%

Уровень -базовый

Проверяемые умения и навыки: использование приобретенных знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни

**Основные ошибки** – неумение читать условие задачи, невнимательность, вычислительные ошибки.

Средний процент выполнения - 99,4%

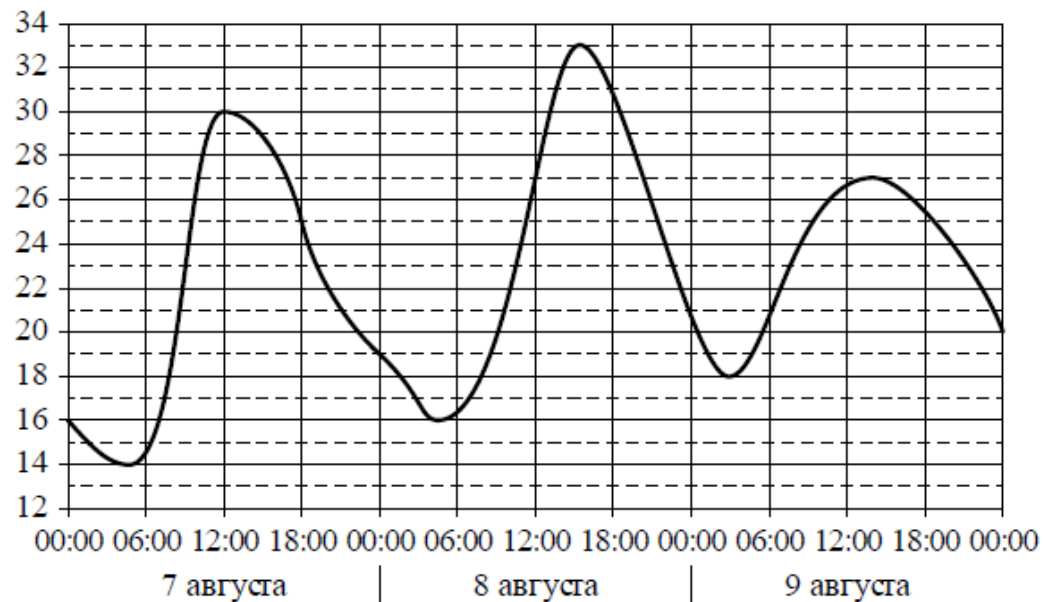
Уровень - базовый

Проверяемые умения и навыки: использование приобретенных знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни

**Основные ошибки** – не смогли извлечь необходимую информацию из предложенной диаграммы, а значит, невнимательно прочитали текст задания и не сумели дать правильный ответ на поставленный вопрос.

2

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 8 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.

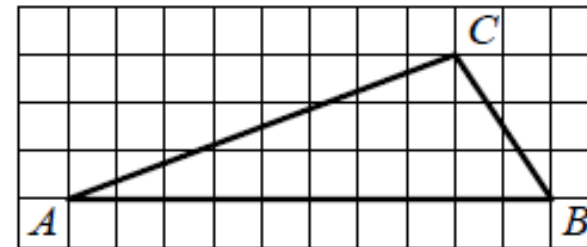


Ответ: \_\_\_\_\_.



3

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

Средний процент выполнения - 90,9%

Уровень - базовый.

Проверяемые умения и навыки: умение решать элементарные планиметрические задачи на нахождение средней линии треугольника.

**Основные ошибки** – невнимательность при чтении условия задачи, вычислительные ошибки, ошибки при записи ответа.

4

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 70 спортсменов, среди них 6 прыгунов из Польши и 7 прыгунов из Чехии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четвёртым будет выступать прыгун из Чехии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

Средний процент выполнения - 85,1%

Уровень - базовый.

Проверяемые умения и навыки: умение понять смысл задания, умение разобраться в ситуации, умение извлекать нужную информацию из формулировки задания. Умение находить вероятность наступления события.

**Основные ошибки** – невнимательность при чтении условия задачи, неумение работать с дробными числами, незнание формулы классической вероятности, неверная запись полученного ответа в бланк.

5

Найдите корень уравнения  $\sqrt{5x-1} = 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Средний процент выполнения - 97,3%

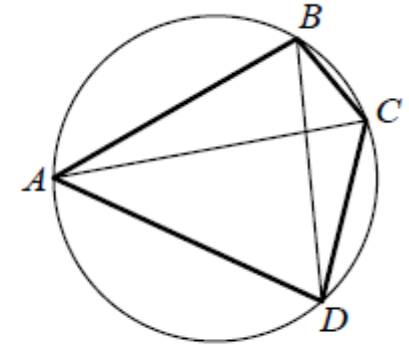
Уровень - базовый.

Проверяемые умения и навыки: умение решать простейшие логарифмические, показательные, степенные, дробно-рациональные или иррациональные уравнения.

**Основные ошибки** – часть ошибочных ответов была обусловлена арифметическими ошибками в решении линейных уравнений.

6

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $97^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $38^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Средний процент выполнения - 70,8%

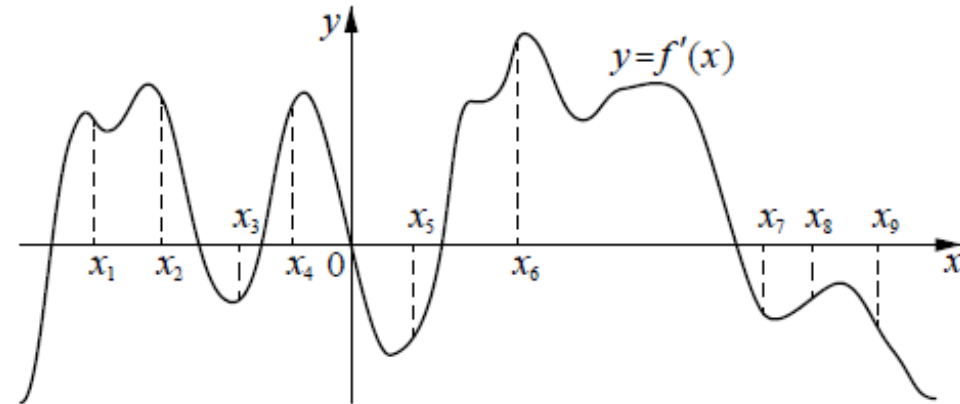
Уровень - базовый.

Проверяемые умения и навыки: умение решать простейшие задачи на нахождение различных элементов и величин в геометрических фигурах.

**Основные ошибки** – плохое знание простейших геометрических фактов. Ошибки допустили те участники экзамена, которые слабо владеют геометрическим материалом.

7

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ .  
 На оси абсцисс отмечено девять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ .  
 Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

Средний процент выполнения – 59,1%

Уровень -базовый.

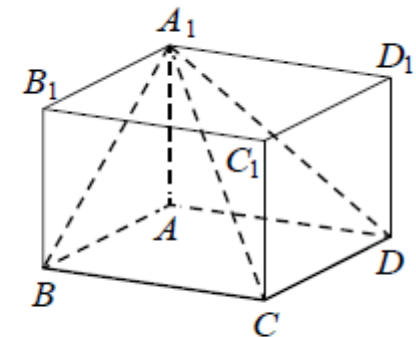
Проверяемые умения и навыки: умение выполнять действия с функциями и их производными: умение определять свойства функции по графику ее производной.

**Основные ошибки** – незнание и непонимание геометрического смысла производной.

8

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины  $A, B, C, D, A_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 3$ ,  $AD = 9$ ,  $AA_1 = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



Средний процент выполнения – 69,5%

Уровень - базовый.

Проверяемые умения и навыки: умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов). Умение использовать при решении стереометрических задач методы и факты планиметрии..

**Основные ошибки** – незнание формул и основных геометрических фактов по планиметрии и стереометрии.

9

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{19}}{10}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Средний процент выполнения – 67.0%

Уровень -повышенный.

Проверяемые умения и навыки: умение проводить по известным формулам и правилам преобразование буквенных и числовых выражений, содержащих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции

**Основные ошибки** – незнание или недостаточное знание свойств степенных выражений, отсутствие практических навыков работы с такими выражениями.

Набрано тестовых баллов	0-26 баллов	27-60 баллов	61-80 баллов	81-100 баллов
% числа участников, справившихся с заданием	5,41	55,46	93,68	99,02

10

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса  $m$  (в мг) уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа (в мг),  $\tau$  — время, прошедшее от начального момента, в минутах,  $T$  — период полураспада в минутах. В начальный момент времени масса изотопа 196 мг. Период его полураспада составляет 4 минуты. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 49 мг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

Средний процент выполнения – 76,4%

Уровень -повышенный.

Проверяемые умения и навыки: умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Умение описывать с помощью функций различные зависимости между величинами и интерпретировать их графики. Умение извлекать нужную информацию из текста. Решать прикладные задачи социально-экономического и физического характера.

**Основные ошибки** – недостаточно сформировано умение строить и исследовать математические модели.



11

Расстояние между пристанями А и В равно 160 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 38 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

Средний процент выполнения – 33,7%

Уровень -повышенный.

Проверяемые умения и навыки: умение моделировать и исследовать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи. Умение решать простейшие алгебраические уравнения и неравенства.

**Основные ошибки** – недостаточно сформировано умение строить и исследовать математические модели. Основная ошибка в 2020 году – участники не учли, что изначально движется именно плот.

12

Найдите точку максимума функции  $y = \ln(x - 5)^9 - 9x + 11$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

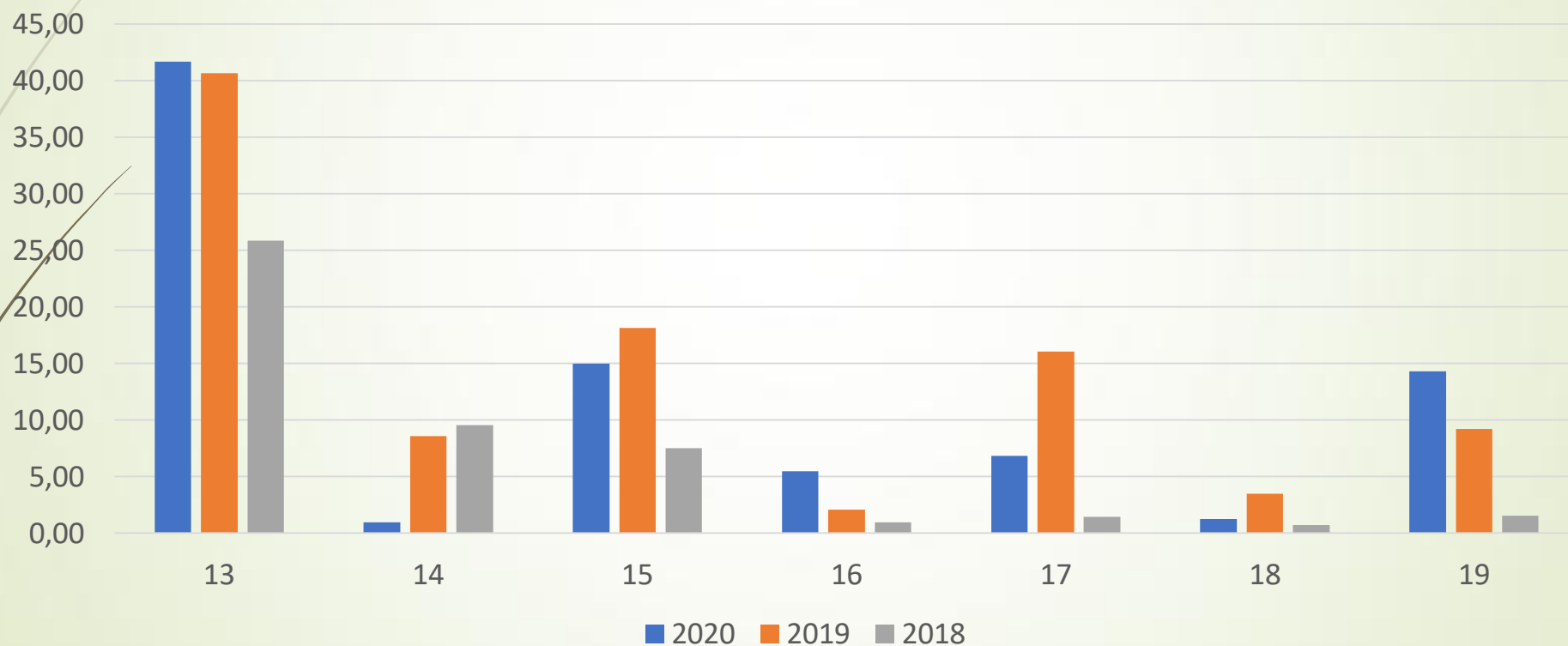
Средний процент выполнения – 48,8%

Уровень -повышенный.

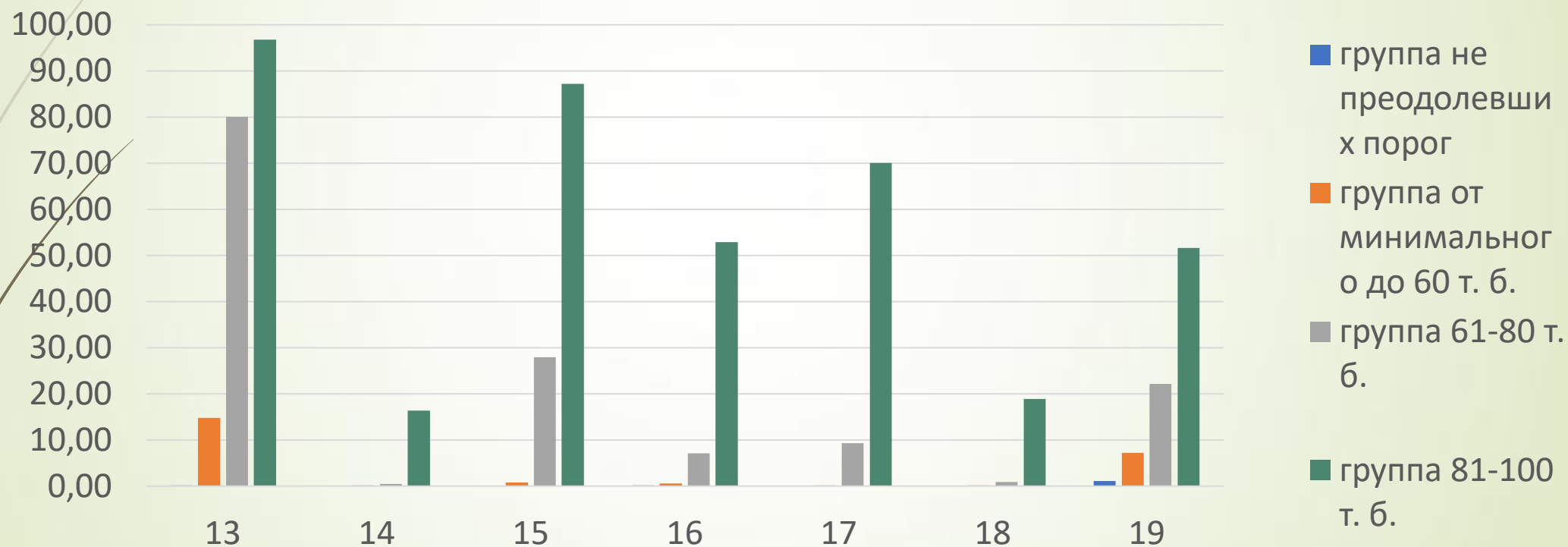
Проверяемые умения и навыки: умение вычислять производные элементарных функций, умение исследовать функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функций.

**Основные ошибки** – неумение находить производную сложной функции, незнание и неуверенное применение алгоритма нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.

# Динамика результатов выполнения заданий с развернутым ответом, 2018-2020 годы, %



# Результаты выполнения заданий с развернутым ответом для каждой из групп в 2020 году



Средний процент выполнения – 41,7%  
Уровень -повышенный.

Проверяемые умения и навыки:

а) Умение решать тригонометрические уравнения.

б) Умение производить отбор корней уравнений. Умение использовать графический метод для отбора корней уравнений. Умение пользоваться тригонометрическим кругом. Умение строить график функции и пользоваться построенным графиком функции для отбора корней уравнения.

13

а) Решите уравнение

$$2\cos^2 x + 2\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

**Основные ошибки:**

- ошибки при использовании формулы приведения;
- ошибки при решении квадратного уравнения;
- незнание формул решения простейших тригонометрических уравнений;
- неверный отбор корней тригонометрического уравнения на данном отрезке.

Средний процент выполнения  
– 0,95%

Уровень -повышенный.

Проверяемые умения и  
навыки:

а) умение выполнять действия  
с геометрическими фигурами,  
координатами и векторами.

б) умение решать задачи на  
нахождение геометрических  
величин (длин, углов,  
площадей, объемов).

в) умение использовать при  
решении стереометрических  
задач планиметрические  
факты и методы.

14

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 9, а боковое ребро  $SA$  равно  $\sqrt{43}$ . На рёбрах  $AB$  и  $SB$  отмечены точки  $M$  и  $K$  соответственно, причём  $AM = 8$ ,  $SK : KB = 7 : 3$ . Плоскость  $\alpha$  перпендикулярна плоскости  $ABC$  и содержит точки  $M$  и  $K$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  содержит точку  $C$ .

б) Найдите площадь сечения пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

**Основные ошибки:**

- неумение анализировать пространственные конфигурации, использовать известные факты и теоремы,
- вычислительные ошибки,
- некачественно выполненный чертеж, который не помогает в решении, а лишь затрудняет его.

Средний процент выполнения – 14,94%

Уровень -повышенный.

Проверяемые умения и навыки:

- Умение решать рациональные и логарифмические неравенства.
- Умение использовать обобщенный метод интервалов для решения неравенств

**Основные ошибки:**

- неумение решать логарифмические и дробно-рациональные неравенства,
- плохое знание свойств логарифмической функции и свойств неравенств,
- слабые навыки в использовании метода интервалов при решении неравенств,
- арифметические ошибки.

15

Решите неравенство  $x^2 \log_{343}(x+3) \leq \log_7(x^2 + 6x + 9)$ .

Набрано тестовых баллов	0-26 баллов	27-60 баллов	61-80 баллов	81-100 баллов
% числа участников, справившихся с заданием	0,00	0,79	27,97	87,22

16

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точка  $M$  лежит на катете  $AC$ , а точка  $N$  лежит на продолжении катета  $BC$  за точку  $C$ , причём  $CM = BC$  и  $CN = AC$ .  
 а) Отрезки  $CH$  и  $CF$  — высоты треугольников  $ACB$  и  $NCM$  соответственно. Докажите, что прямые  $CH$  и  $CF$  перпендикулярны.  
 б) Прямые  $BM$  и  $AN$  пересекаются в точке  $L$ . Найдите  $LM$ , если  $BC = 4$ , а  $AC = 6$ .

Средний процент выполнения – 5,44%

Уровень -повышенный.

Проверяемые умения и навыки:

-умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами; -умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов площадей).

**Основные ошибки:**

- неумение анализировать геометрическую конфигурацию,
- незнание теоремы о биссектрисе
- теоремы о касательных, проведенной из одной точки к окружности;
- арифметические ошибки.

Набрано тестовых баллов	0-26 баллов	27-60 баллов	61-80 баллов	81-100 баллов
% числа участников, справившихся с заданием	0,08	0,60	7,11	52,91



Средний процент выполнения – 6,82%

Уровень -повышенный.

Проверяемые умения и навыки: умение моделировать и исследовать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи, умение решать простейшие алгебраические уравнения и неравенства, умение использовать приобретенные знания в практической деятельности и повседневной жизни.

**Основные ошибки:**

- построение неверной модели, т.е. модели, не соответствующей условию задачи;
- вычислительные ошибки;

**17** В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 630 тыс.рублей.

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остается равным 630 тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите  $r$ , если известно, что долг будет выплачен полностью и общий размер выплат составит 915 тыс. рублей

Средний процент выполнения – 1,22%  
Уровень -высокий.

Проверяемые умения и навыки: умение решать иррациональные уравнения, используя свойства функций и их графиков.

**Основные ошибки:**

- непонимание логики задачи и плохой анализ условия;
- отсутствие полноценного исследования ситуации, предлагаемой в условии;
- неумение делать необходимые логические обоснования и выводы;
- отсутствие навыков построения аналитических рассуждений;
- ошибки при составлении ограничений на параметр и искомую величину;
- приобретение посторонних решений или потеря решений;
- неверное построение графиков функций при использовании графического метода решения;
- вычислительные ошибки.

18.3 Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{2x - x^2} = \sqrt{2ay - a^2y^2} \\ y = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения

**19.2** На доске написано несколько различных натуральных чисел, каждое из которых делится на 3 и оканчивается на 4.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 282?  
б) Может ли сумма этих чисел быть равна 390?  
в) Какое наибольшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 2226?

Средний процент выполнения – 14,29%

Уровень -высокий.

Проверяемые умения и навыки: умение строить и исследовать простейшие математические модели реальных ситуаций на языке алгебры, умение составлять уравнения и неравенства по условию задачи, умение проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность.

**Основные ошибки:**

- непонимание логики задачи и плохой анализ условия;
- отсутствие полноценного исследования ситуации, предлагаемой в условии;
- неумение делать необходимые логические обоснования и выводы;
- отсутствие навыков построения доказательных рассуждений и их выражение в словесной форме;
- вычислительные ошибки.

**Анализ  
результатов  
выполнения  
отдельных  
заданий по  
математике  
(профильный) за  
период 2016-2020  
г.г., с учетом  
ввода цветовой  
шкалы, %**

	2016	2017	2018	2019	2020
1	94,06	92,55	87,98	96,82	90,01
2	96,71	91,16	93,74	92,94	99,42
3	88,81	75,74	90,63	95,96	90,97
4	73,44	91,68	90,41	94,47	85,09
5	89,45	86,48	86,68	94,55	97,28
6	76,45	72,79	70,46	72,27	70,86
7	65,13	53,38	32,91	72,5	59,10
8	40,84	50,95	43,43	73,39	69,46
9	55,08	30,5	92,22	79,76	67,01
10	24,8	61,18	63,4	80,88	76,45
11	36,9	42,81	52,72	71,89	33,75
12	39,83	36,22	35,45	48,71	48,80
13	32,32	33,28	26,22	37,41	41,67
14	3,74	3,29	10,03	5,25	0,95
15	9,9	15,08	8,31	16,41	14,94
16	1,65	4,33	1,32	1,33	5,44
17	8,74	12,48	1,88	14,23	6,82
18	2,47	1,04	0,72	1,42	1,22
19	31,8	8,32	2,95	2,89	14,29

# Нельзя считать достаточным усвоение элементов содержания, умений и видов деятельности по группе заданий с развернутым ответом, проверяемых при помощи задач 13 - 19:

- ▶ умение выполнять действия с функциями;
- ▶ умение решать рациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, неравенства и их системы, используя свойства функций и их графиков.
- ▶ умение производить отбор корней уравнений и систем уравнений различными методами: графическим методом, при помощи тригонометрического круга, методом перебора;
- ▶ умение решать задачи по планиметрии на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- ▶ умение использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- ▶ умение решать дробно-рациональные неравенства методом интервалов;
- ▶ умение использовать обобщенный метод интервалов для решения неравенств; - умение моделировать и исследовать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи;
- ▶ умение проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.

# РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ СУБЪЕКТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

- 1) Перечень проблемных тем остается стабильным все последние годы. Задания на производную и ее приложения, исследование функции на наибольшее – наименьшее значение на отрезке, решение текстовых задач и логарифмических неравенств, решение планиметрических и стереометрических задач, тригонометрия – все это регулярно вызывает трудности. В связи с создавшейся ситуацией учителям Ростовской области настоятельно рекомендуется пересмотреть методические приемы, применяемые при изучении проблемных тем и разделов школьной математики.
- 2) При выполнении заданий всех уровней сложности выпускники по-прежнему допускают много вычислительных ошибок. Недостаток вычислительной культуры не только сказывается на результатах выполнения заданий по алгебре, но и приводит к неверным результатам в других заданиях с кратким ответом и потере баллов за выполнение заданий с развернутым ответом. Поэтому учителям следует обратить серьезное внимание на отработку безошибочного выполнения несложных преобразований и вычислений (в том числе на умение найти допущенную ошибку) всеми учащимися.
- 3) При выполнении заданий с развернутым ответом многие выпускники показали, что не владеют базовыми знаниями курса старшей школы. Особое внимание в преподавании математики следует уделить регулярному выполнению упражнений, развивающих базовые математические компетенции школьников (умение читать и верно понимать условие задачи, решать практические задачи, выполнять арифметические действия, простейшие алгебраические преобразования, действия с основными функциями и т.д.). Основная подготовка выпускников к ЕГЭ по математике должна осуществляться не только в течение последнего учебного года в старшей школе, но и гораздо раньше, начиная с 7-9 классов.

# Совершенствование организации и методики преподавания предмета в регионе возможно в следующих направлениях:

- ▶ Повышения квалификации в системе дополнительного профессионального образования.
- ▶ Включение в программы курсов повышения квалификации модулей, отражающих результаты ЕГЭ и меры достижения качественных результатов.
- ▶ Обсуждения на методических объединениях учителей-предметников следующих актуальных проблем:
- ▶ Актуальные технологии достижения образовательных результатов ФГОС по математике в условиях ЕГЭ.
- ▶ Проблемы геометрического образования школьников в условиях проведения ЕГЭ.
- ▶ Актуальные технологии достижения образовательных результатов ФГОС по математике в условиях ЕГЭ.